

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер D1121829

1. Стороны треугольника на плоскости с аффинной системой координат лежат на прямых, заданных общими уравнениями $A_0 + A_1x_1 + A_2x_2 = 0$, $B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 = 0$ и $C_0 + C_1x_1 + C_2x_2 = 0$. Найдите ранги матриц

$$P = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad Q = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 \\ B_0 & B_1 \\ C_0 & C_1 \end{bmatrix}.$$

2. Система векторов a_1, \dots, a_n является базисом пространства V и $b \in V$ — ненулевой вектор. Докажите, что найдется вектор a_i , при замене которого на b новая система также будет базисом.
3. Докажите, что любое целостное кольцо можно вложить в поле.
4. Докажите, что любой цикл длины $k + 1$ можно представить в виде произведения k транспозиций и нельзя представить произведением меньшего числа транспозиций.